1° Esercitazione

8 marzo 2013

Petya G. Garalova

petya.garalova@hotmail.com

Assistenza studenti

Venerdì dalle 18 alle 19

Scopo delle esercitazioni

Gli obiettivi delle esercitazioni sono:

- Ripassare/rafforzare quanto appreso a lezione con il Prof. Ginebri
- Approfondire aspetti “applicativi” della materia, principalmente:
  - Esercizi numerici
  - Rappresentazioni grafiche

Scienza economica

Economia:

- “scienza che studia il comportamento umano come una relazione tra **fini e mezzi scarsi suscettibili di usi alternativi**” (Robbins , 1945).
- “studia i processi attraverso i quali le società ... decidono **che cosa, come e per chi produrre**” (Begg, Fischer, Dornbusch, 2008, 3° ed., pag. 3).

Scarsità

- Concetto molto importante in economia.
- Tuttavia, il linguaggio economico ne da un’accezione particolare:
  - Un bene è **scarso** se la sua quantità disponibile **non è sufficiente** a soddisfare tutti gli usi produttivi (quindi la domanda di tale bene).

Scarsità

- Implica che si debbano operare delle **scelte**.
- Ogni scelta deve essere valutata in base a vari fattori.
- Tra i fattori che devono essere considerati ci sono i **costi** e i **benefici**.

Costi

- Ci sono diversi tipi di costo:
  - Costi **fissi**
  - Costi **variabili**
  - Costi **sociali**
  - **Costo opportunità**
  - Ecc.
- Più avanti avremo modo di approfondire i vari concetti.

Costo opportunità (1)

- **Valutazione** della quantità di un bene o servizio a cui devo rinunciare al fine di ottenere un altro bene o servizio.
- Ad esempio, il salario può essere considerato il costo opportunità del tempo libero.

Beneficio

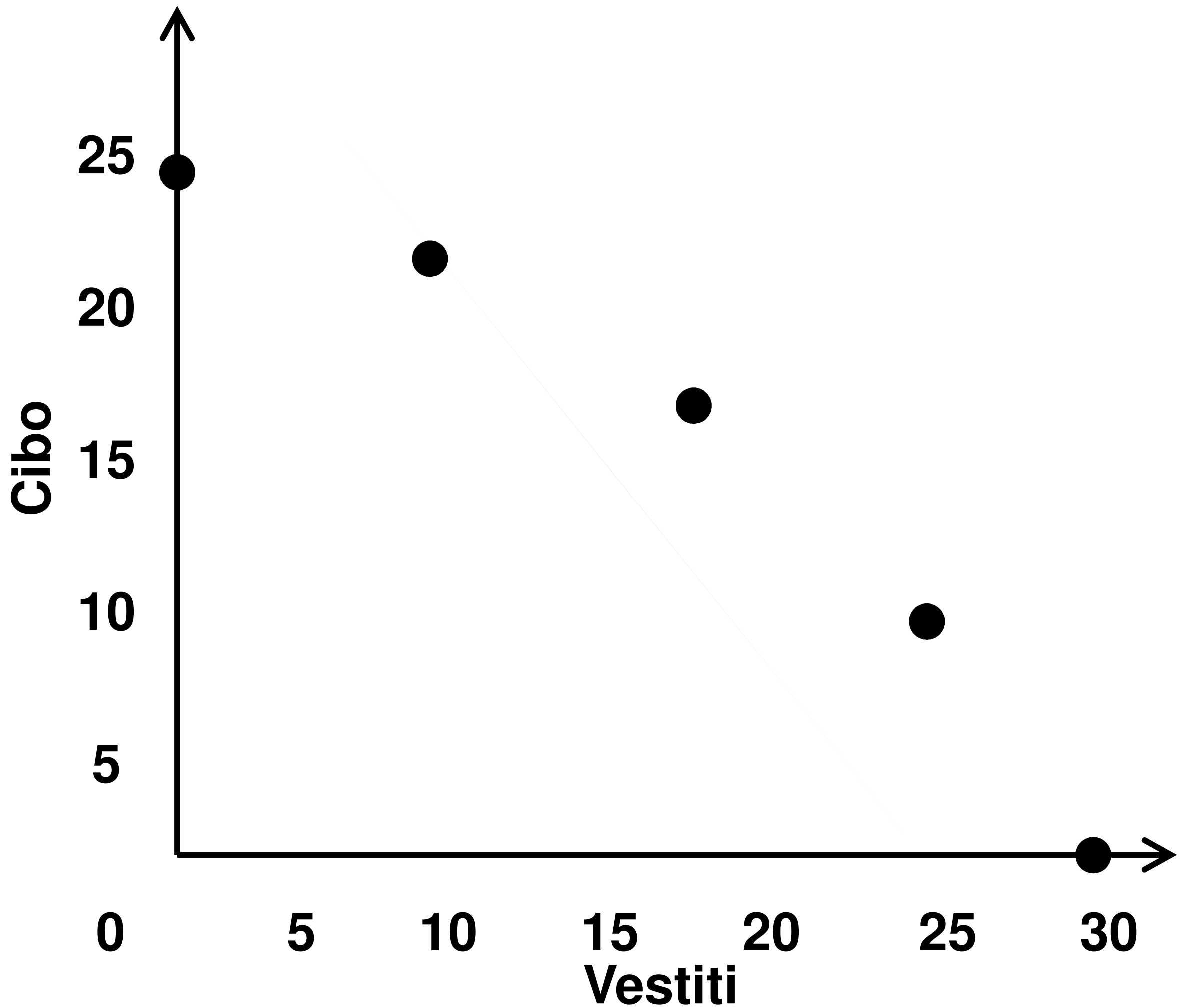
- Nelle valutazioni non vanno considerati *solo* i costi, ma *anche* i benefici.
- Nell’esempio precedente, se decido di non andare a lavorare significa che do una valutazione del beneficio derivante da tale scelta che è maggiore rispetto al salario.

Scarsità e usi alternativi delle risorse

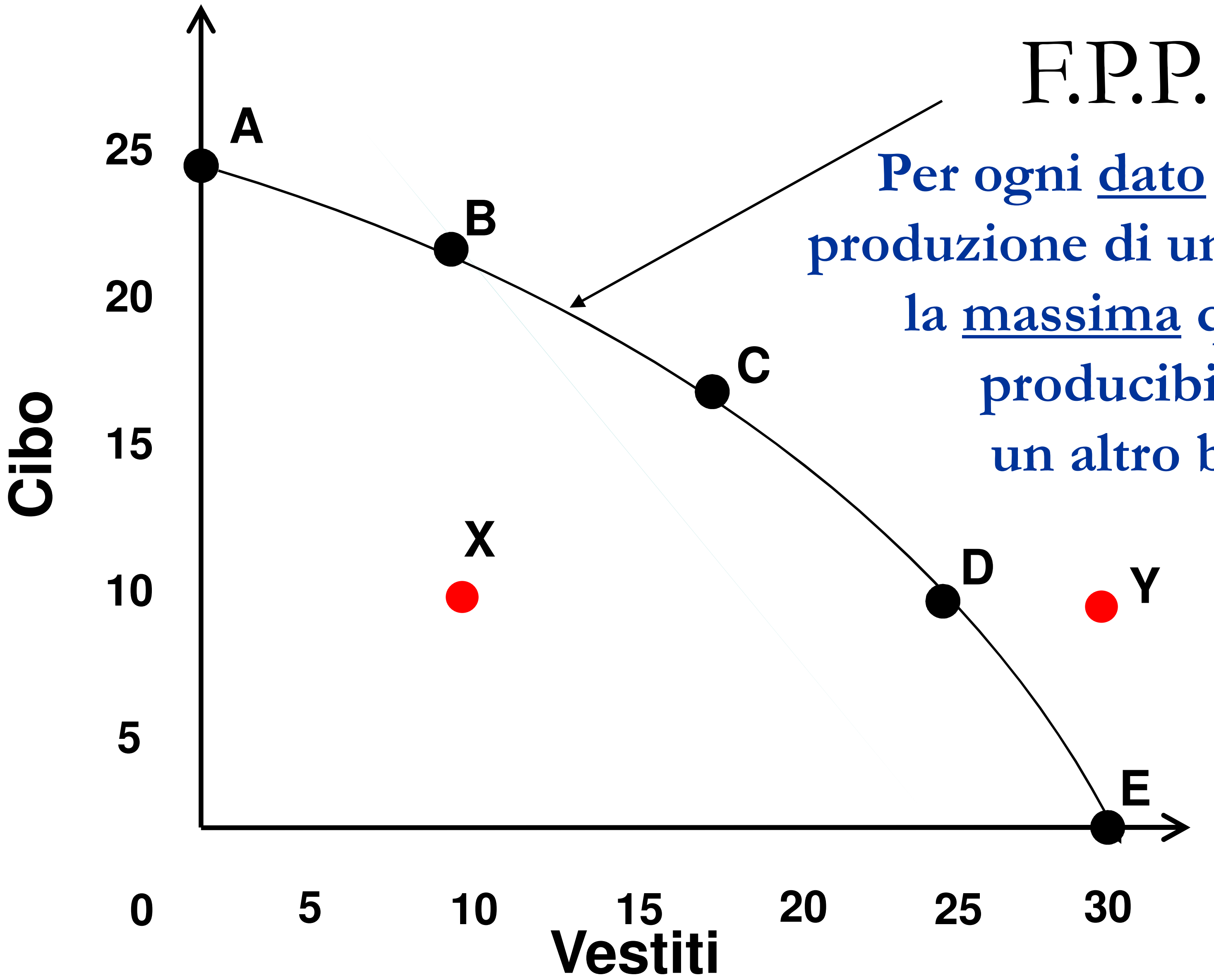
Dati

Cibo		Vestiti	
Lav.	Prod.	Lav.	Prod.
4	25	0	0
3	22	1	9
2	17	2	17
1	10	3	24
0	0	4	30

Rappresentazione grafica



Frontiera delle possibilità produttive



Per ogni dato livello di produzione di un bene ci dà la massima quantità producibile di un altro bene

Fattibilità ed efficienza

- Il punto “X” non è **efficiente** (tecnologicamente) in quanto, impiegando tutte le risorse, potrei ottenere:
  - 12 unità aggiuntive di cibo; **oppure**
  - 14 unità aggiuntive di vestiti.
- Il punto “Y” non è **fattibile** in quanto:
  - impiego 4 lavoratori per ottenere solo 30 vestiti; oppure
  - Impiego 1 lavoratore per 1 unità di cibo e i rimanenti 3 producono al massimo 24 vestiti.

Legge dei rendimenti decrescenti

- Dai dati della tabella si potrebbe pensare che:
  - 1 lavoratore produce 10 unità di cibo;
  - 3 lavoratori producono 9 x 3 = 27 unità di vestiti.
- *Tuttavia*, la legge dei rendimenti decrescenti indica che la **produttività media** dei lavoratori diminuisce quando aumentano i lavoratori impiegati nello stesso settore.

Legge dei rendimenti decrescenti

Cibo			Vestiti		
Lav.	**Prod.**	**Prod.Med**	**Lav.**	**Prod.**	**Prod.Med**
4	25	25/4 = **6,3**	0	0	
3	22	22/3 = **7,3**	1	9	9/1 = **9**
2	17	17/2 = **8,5**	2	17	17/2 = **8,5**
1	10	10/1 = **10**	3	24	24/3 = **8**
0	0		4	30	30/4 = **7,5**

Costo opportunità (2)

- Qual è il costo opportunità associato al passaggio dal punto “A” al punto “B”?
- Per passare da “A” a “B” devo rinunciare a produrre 3 unità di cibo per produrre 9 unità di vestiti.
- Il costo opportunità marginale è quindi:

$$\frac{\Delta(\text{cibo})}{\Delta(\text{vestiti})} = \frac{\text{cibo}^B - \text{cibo}^A}{\text{vestiti}^B - \text{vestiti}^A} = \frac{22 - 25}{9 - 0} = -0{,}33$$

- Devo quindi rinunciare a 0,3 unità di cibo per ogni unità di vestiti passando dal punto “A” al punto “B”.

Strumenti di analisi

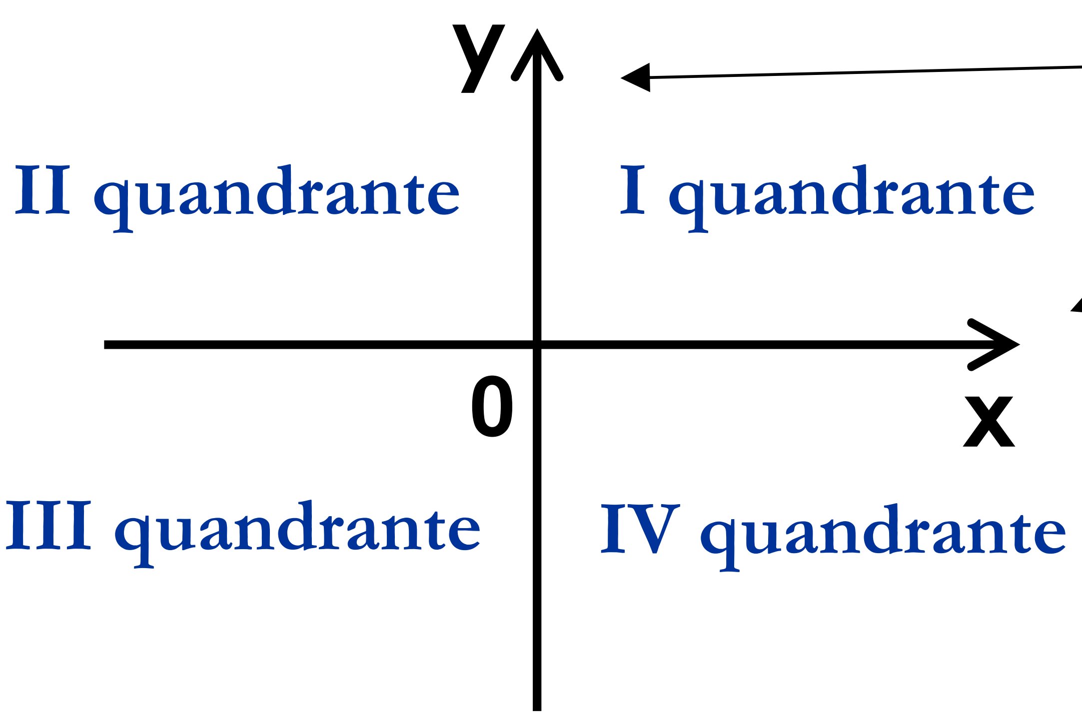
- La misura del costo opportunità appena visto può essere ricavata come il **rapporto incrementale** associato alla variazione dal punto “A” al punto “B”.
- Dobbiamo quindi introdurre elementi analitici/matematici.

Economia e strumenti quantitativi

- La scienza economica positiva offre spiegazioni **oggettive** in merito al funzionamento economico.
- A tal fine, si formulano dei modelli che vengono **formalizzati** con strumenti matematici.
- Questi modelli sono accompagnati da **analisi quantitative** (econometria) in modo da appurare se, ed eventualmente in che misura, il modello si adatta alla realtà.

Rappresentazione dei dati

- Supponendo di avere due serie (“X” e “Y”), queste possono essere rappresentate nel piano cartesiano:



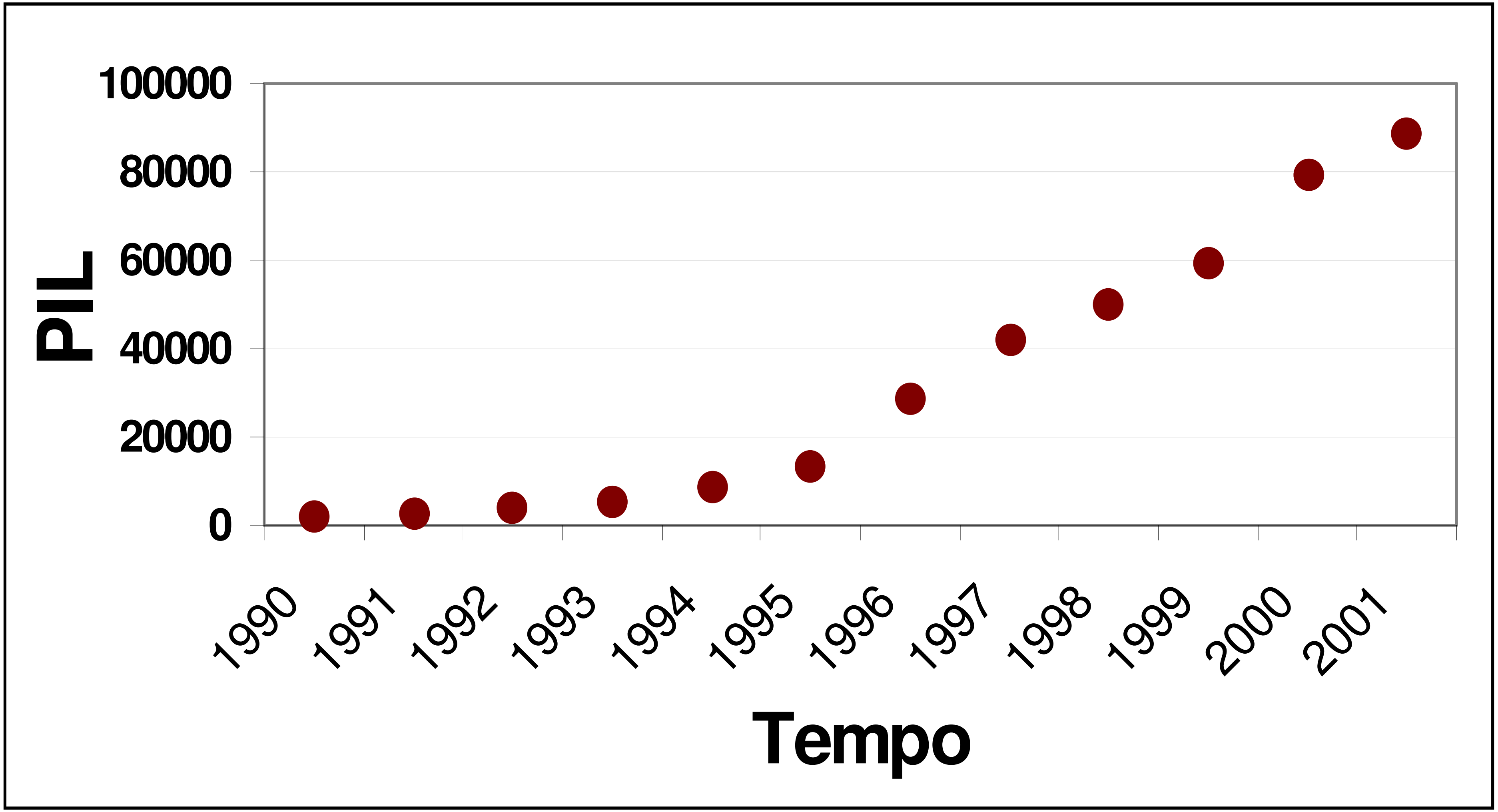
- I: x>0, y>0
- II: x<0, y>0
- III: x<0, y<0
- IV: x>0, y<0

Dati del PIL in Venezuela (1)

- Dati del **P**rodotto **I**nterno **L**ordo in Venezuela dal 1990 al 2001, in miliardi di BLV.

	PIL nominale	
	Aggregato	Tasso di variaz.
1990	2205.6	
1991	2939.3	33.3%
1992	3998.0	36.0%
1993	5277.7	32.0%
1994	8394.9	59.1%
1995	13243.5	57.8%
1996	28486.5	115.1%
1997	41943.1	47.2%
1998	50013.0	19.2%
1999	59344.6	18.7%
2000	79655.7	34.2%
2001	88945.6	11.7%
Media		**42.2%**

Dati del PIL in Venezuela (2)



Dati del PIL in Venezuela (3)

- Nel grafico è rappresentato il PIL aggregato ed ogni punto ci da una combinazione(PIL, tempo).
- Prima di andare avanti, notiamo che i dati ci dicono che il PIL in Venezuela è cresciuto annualmente in media del 42,2% ("miracolosamente"...).
- Media(ΔPIL_t / PIL_{t-1}) =

  Media((PIL_t – PIL_{t-1}) / PIL_{t-1}) ≈ 42%

Dati del PIL in Venezuela (4)

- Notato qualcosa?
- Abbiamo considerato il PIL **nominale**.
- Sebbene la rappresentazione grafica sia giusta (è il PIL nominale), *non è* molto significativa sull'andamento economico del Venezuela in quanto **viene inclusa la dinamica dei prezzi** (cioè l'inflazione): dobbiamo, quindi, considerare il PIL **reale** (che esclude tali effetti).

Variabili in termini correnti e costanti

- Variabili **nominali (correnti, in valore)**: sono espresse al prezzo corrente (prezzo di mercato, ai produttori,...)
- Variabili **reali (costanti, in volume)**: sono espresse ad un sistema di prezzi relativo ad un anno base.

	Reale	Nominale	Deflatore implicito		
1990	64775.6	2205.6	2205.6 /	64775.6 =	0.03
1995	76734.4	13243.5	13243.5 /	76734.4 =	0.17
1999	76823.3	59344.6	59344.6 /	76823.3 =	0.77
2000	**79655.7**	**79655.7**	**79655.7** /	**79655.7 =**	**1.00**
2001	82359.4	88945.6	88945.6 /	82359.4 =	1.08

Tenere conto dell'andamento dei prezzi

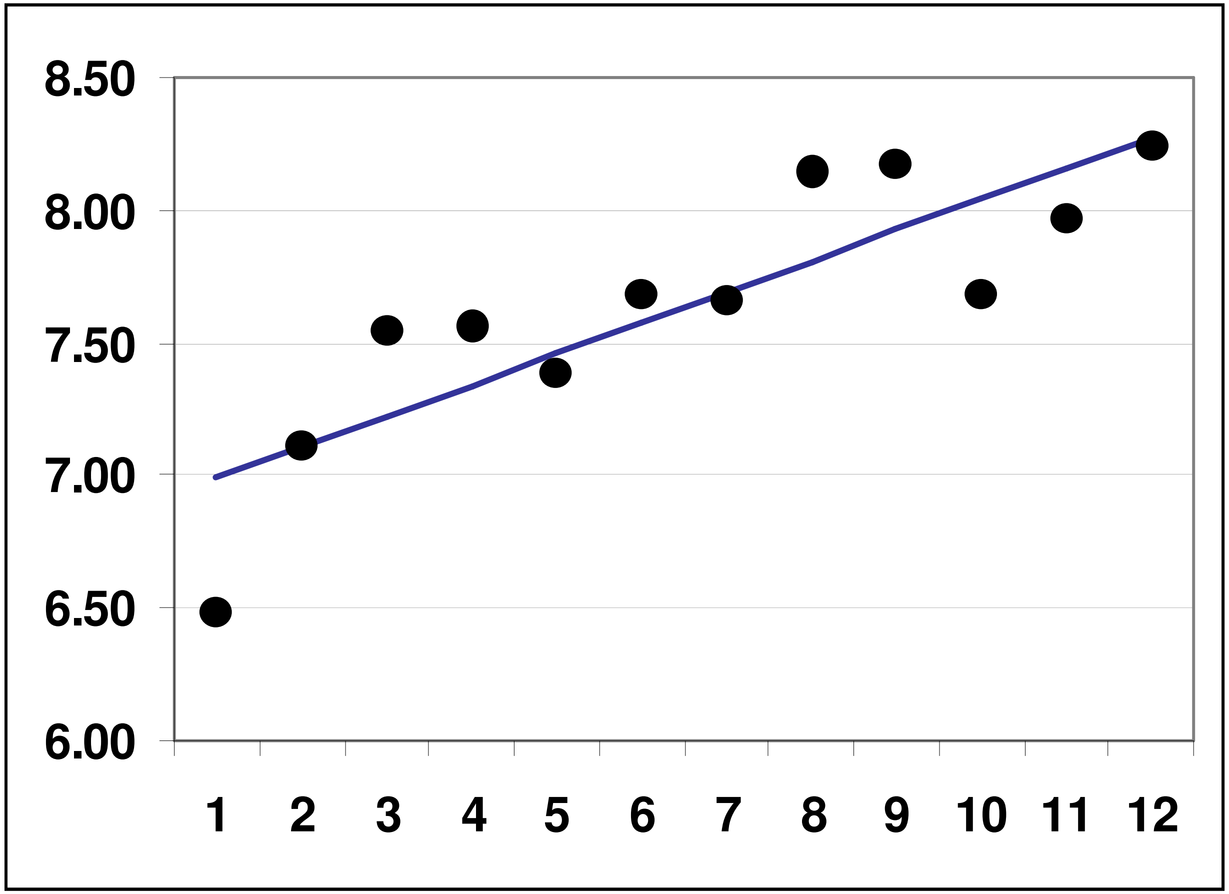
- Prendiamo la variazione percentuale dei due aggregati tra il 1999 e il 2000:
  - PIL corrente → 79655,7 / 59344,6 – 1 = 0,342 = **34,2%**
  - PIL costante → 79655,7 / 76823,3 – 1 = 0,037 = **3,7%**
- Notiamo poi che la variazione percentuale dei prezzi è stata di circa $(1 / 0.77 - 1) \times 100 \approx 30\%$.
- La differenza tra variazioni percentuali del PIL nominale e costante è *circa*, appunto, al 30% (34,2% – 3,7% = 30%).

Inflazione

- In effetti, in Venezuela durante il periodo 1991-2001 il tasso di inflazione (variazione percentuale dell'indice dei prezzi al consumo) è stata pari a circa il 42%.
- Il PIL **reale** è cresciuto in media nel periodo 1990-2001 del 2,3%.
- Nota: il CPI (*Consumer Price Index*) **non coincide** con il deflatore implicito del PIL.

Dati del PIL in Venezuela (5)

- Per comodità, dividiamo i dati del PIL reale per 10.000 e consideriamo il 1990 pari a 1.
- Riportiamo i dati su un piano e includiamo una retta interpolante.



Funzioni

- La retta rappresenta la *tendenza* del PIL reale ottenuta con un criterio statistico.
- Essa è la rappresentazione grafica di una **funzione**.
- Una funzione mette in relazione una variabile "Y" (detta var. dipendente) con altre variabili "X_i" (dette var. indipendenti o esplicative) con i = 1,2, ..., n:

$$Y = f\,(\,x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_n\,)$$

- Nel nostro caso Y = PIL, X_1 = tempo e n = 1.

Funzione lineare (1)

- Una funzione **affine**, o abitualmente "lineare", è rappresentata, in termini generali, da:

$$Y = a + b_1X_1 + b_2X_2 + \ldots + b_nX_n$$

- Un caso *particolare* è dato dalla retta sul piano bidimensionale:

$$Y = a + bX$$

  dove "a" è l'**intercetta** e "b" è la **pendenza**.
- "a" rappresenta l'incrocio della retta con l'asse delle ordinate, mentre "b" è una misura dell'effetto di "X" su "Y".

Funzione lineare (2)

- L'interpolante che abbiamo tracciato nell'ultimo grafico è data da (valori approssimati):

$$Y = 7 + 0{,}12\ t$$

  dove t = 0, 1, 2,... rappresenta un **trend lineare**.
- Ad ogni incremento dell'unità di tempo, il punto sulla retta ha un valore sulle ascisse superiore di 0,12 unità rispetto al periodo precedente.
- Ad es.: $t_0 = 7$ e $t_1 = 7{,}12$, quindi $\Delta Y = 0{,}12$.

Vari valori della pendenza della retta

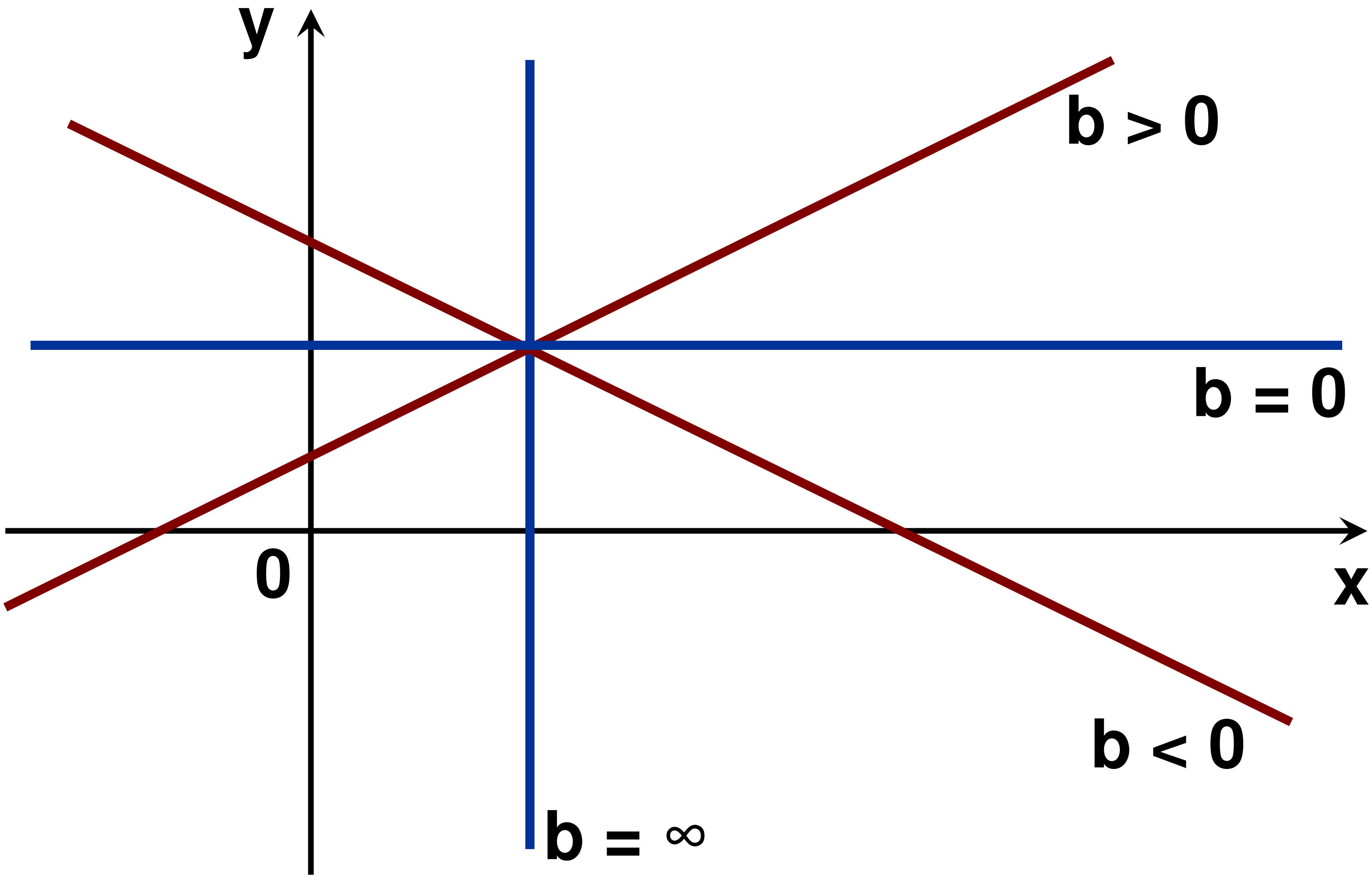
- Il coefficiente “b” è detto anche **rapporto incrementale** (in questo caso è costante):

$$b = \Delta Y/\Delta X$$

- $b > 0 \rightarrow$ retta **inclinata positivamente**;
- $b < 0 \rightarrow$ retta **inclinata negativamente**;
- $b = 0 \rightarrow$ retta parallela all’asse delle ascisse;
- $b = \infty \rightarrow$ retta parallela all’asse delle ordinate

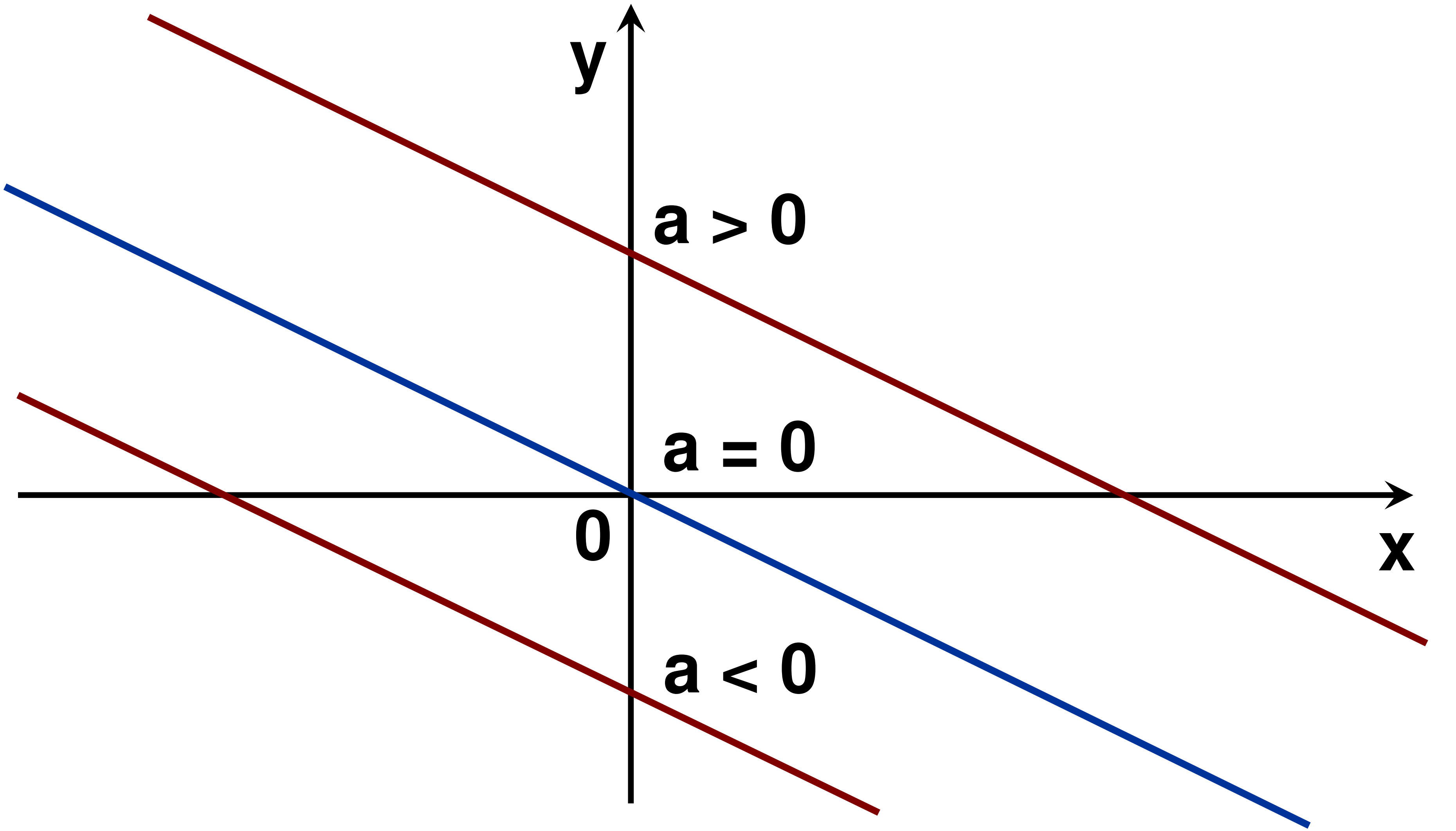
(in realtà, quest’ultimo caso non è rappresenta una *vera* funzione).

Vari valori della pendenza di $y=a+bx$



Vari valori dell'intercetta di $y=a+bx$

- Supponiamo che $b < 0$



Equazioni

- Un'equazione è un'**uguaglianza** tra due espressioni contenente una o più **incognite** che è verificata *solo* per determinati valori della/e incognita/e.
- Ad esempio:
  - $c + d\,x = 3 \rightarrow$ equaz. di primo grado;
  - $c + d\,x + e\,x^2 = 8 \rightarrow$ equaz. di secondo grado.

Risolvere equazioni di primo grado (1)

- $2 + x = 0$
  - $x = -2$; infatti $2 - 2 = 0$
- $30 + x = 40$
  - $x = 40 - 30 = 10$; infatti: $30 + 10 = 40$
- $-x + 5 = 15$
  - $-x = 15 - 5 = 10 \rightarrow x = -10$; infatti: $-(-10) + 5 = 10 + 5 = 15$

Risolvere equazioni di primo grado (2)

- $2 + 4x = 0$
  - $4x = -2 \rightarrow x = -2/4$; infatti: $2+4(-2/4) = 0$
- $30 + 10x = 40$
  - $10x = 40 - 30 \rightarrow 10x = 10 \rightarrow x = 10/10 = 1$;

    infatti: $30 + 10(1) = 40$
- $-2/x + 5 = 15$
  - $-2/x = 15 - 5 \rightarrow 2/x = -10 \rightarrow x = -2/10 = -1/5$;
    infatti $-2/(-1/5) + 5 = 10 + 5 = 5$

Funzioni non lineari

- Le funzioni non sono tutte lineari.
- Possiamo avere, ad esempio, polinomi di grado *n*:

$$y = a + b_1 x + b_2 x^2 + \dots + b_n x^n$$

(per qualificare un polinomio si guarda alla potenza maggiore: non è necessario che ci siano tutte le potenze).

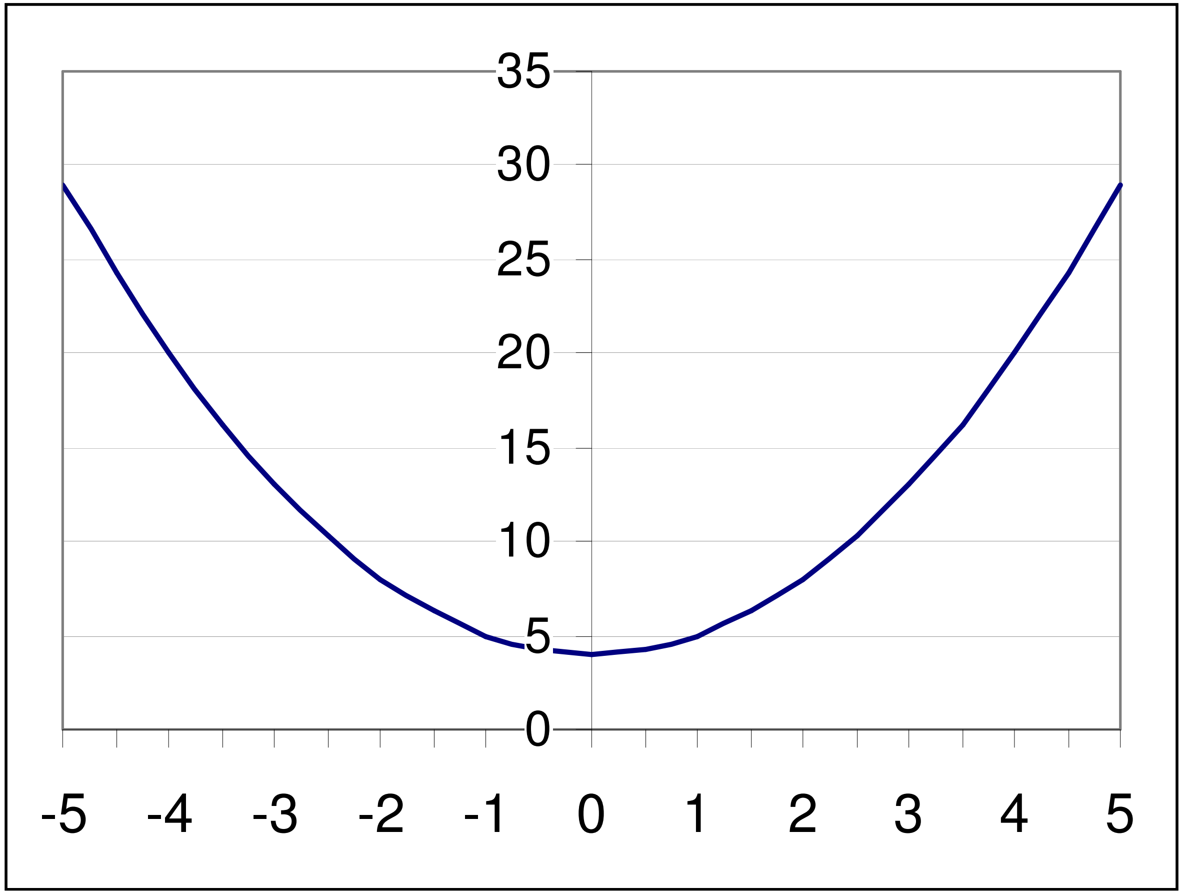
Funzione quadratica

- Esempio di funzione non lineare:

$$y = a + b\,x^2$$

con a = 4 e b = 1

$$y = 4 + x^2$$



$$y = 4 + x^2$$

- In questo caso “b” non rappresenta la pendenza.
- Infatti, il coefficiente “b” rappresenta la pendenza solo nel caso lineare.
- Nel caso di curve **la pendenza non è costante**.
- Come si calcola la pendenza in termini generali?

Pendenza in generale (1)

- Quando si ha a che fare con curve di tipo generale, non ci si può riferire alla pendenza in tutta la curva, ma in un punto.
- Si può prima definire pendenza media tra due punti della curva (rapporto incrementale) e poi attraverso un processo di limite si arriva al concetto di pendenza in un punto (derivata) (Blasi, 1998, pag. 114).

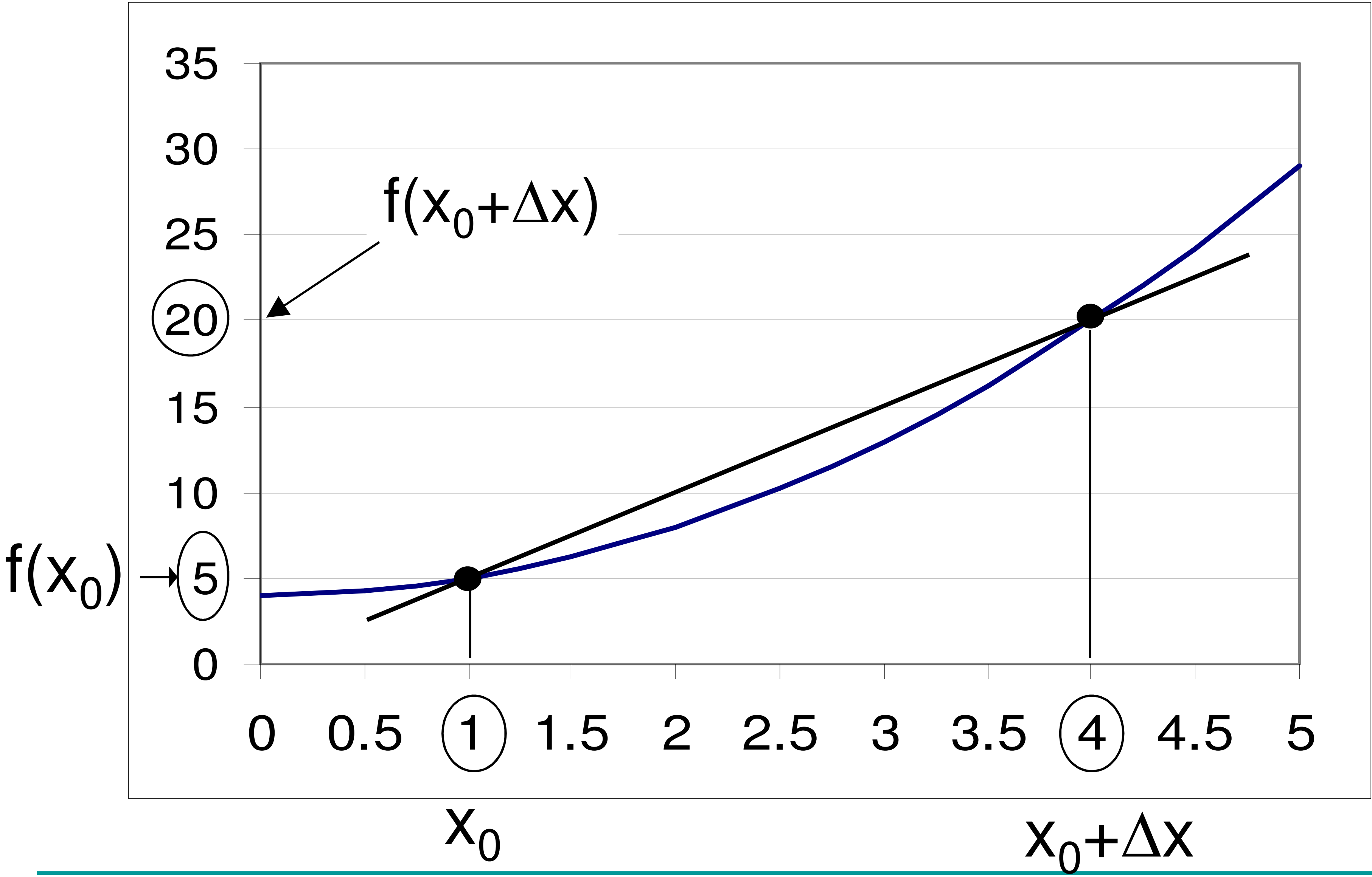
Pendenza in generale (2)

- Il rapporto incrementale si può scrivere, in generale, come:

$$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$

- Il significato geometrico è dato dalla pendenza della retta secante che passa per i punti di ordinate $(x_0, f(x_0))$ e $(x_0+\Delta x, f(x_0+\Delta x))$.
- Ci da il valor medio della pendenza della curva tra i punti di ascissa x_0 e $x_0+\Delta x$.

Pendenza in generale (3)



Pendenza in generale (4): derivata

- Per valori sempre più piccoli di Δx avrò:

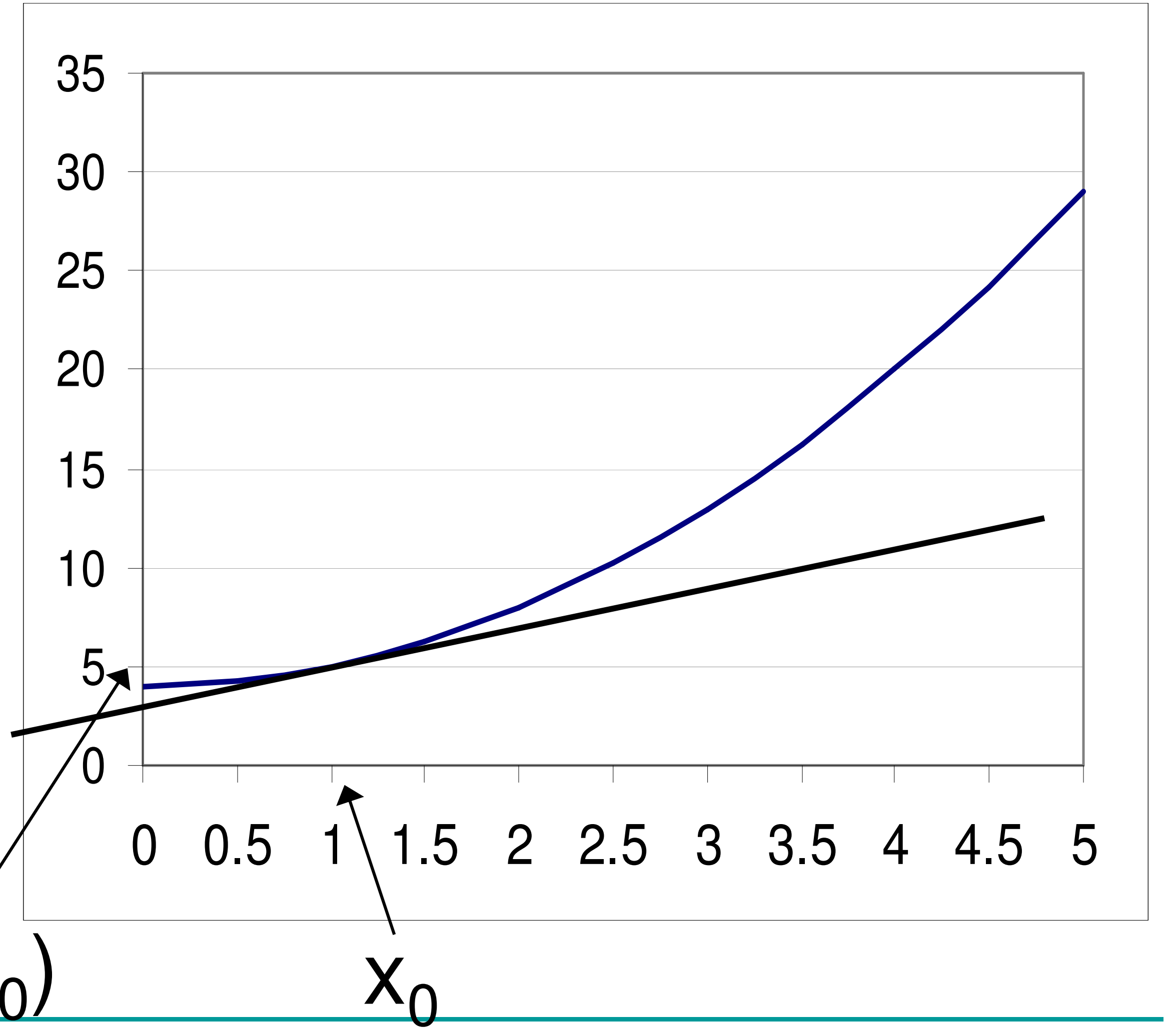
$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x0 + \Delta x) - f(x0)}{\Delta x}$$

- Il termine precedente si chiama “derivata”.
- Ponendo $x = x0 + \Delta x$ si può riscrivere come:

$$f'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x0)}{x - x_0}$$

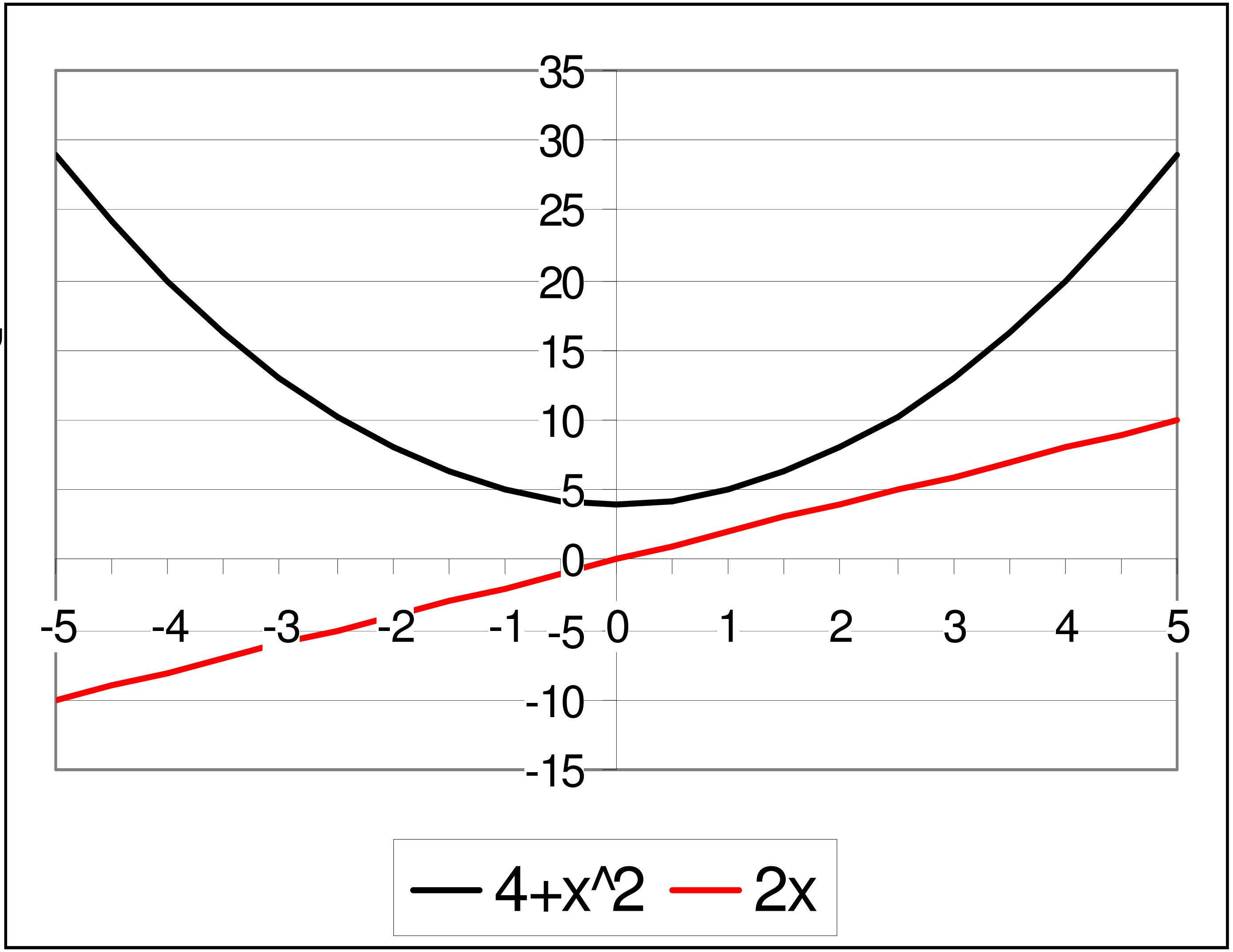
Pendenza in generale (5): derivata

- Abbiamo quindi che la derivata rappresenta la pendenza della retta tangente alla curva y = f(x) e che passa per il punto di coordinate (x_0, $f(x_0)$)



Derivata di $y = 4 + x^2$

- Nel caso visto in precedenza, la derivata sarà: $y' = 2\,x$



Riferimenti

- Robbins, L. (1932), *Essay on the Nature and Significance of Economic Science*, Macmillan, London.
- Begg. D., Fischer S., e Dornbusch F., (2008), *Economia,* McGraw-Hill, Milano.
- Blasi, A. (1998), *Matematica per le Applicazioni Economiche e Finanziarie*, Edizioni Kappa, Roma